2 سلك باكالوريا	المتتاليات العددية	ذ. راجي نورالدين

تمرين1:

(u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_1 يساوي 6 و q أساسها.

1-حدد q واحسب u_n بدلالة n علما أن: $u_4 = \frac{2}{9}$

2-نعتبر المتتالية (v_n) بحيث $v_n = 3^n u_n - n \quad \forall n \in IN^*$

بين أن المتتالية (v_n) حسابية

3-أحسب: $S_n = \sum_{i=1}^{n} u_i$ و $S'_n = \sum_{i=1}^{n} v_i$ بدلالة n.

إشارات الأجوبة: $q = \frac{1}{3}$; $v_{n+1} - v_n = -1 \quad ;\forall n \in IN^*$ $S_n = \frac{1}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$ $S'_n = \frac{-n^2 + 34n}{2}$

تمرين2:

نعتبر متتاليتين (u_n) و (v_n) بحيث : $\begin{cases} u_1 = 1, \quad v_1 = 12 \\ \forall n \in IN^* \quad u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \quad v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases}$

1-نضع $w_n = v_n - u_n \quad \forall n \in IN^*$

* بين أن المتتالية (w_n) هندسية ثم اكتب w_n بدلالة n.

2-بين أن (u_n) تزايدية و أن (v_n) تناقصية.

3-نضع $t_n = 3u_n + 8v_n \quad \forall n \in IN^*$ بين أن (t_n) ثابتة.

إشارات الأجوبة: $w_{n+1} = \frac{1}{12} w_n \quad ;\forall n \in IN \quad w_n = 11.\left(\frac{1}{12}\right)^{n-1}$; $\forall n \in IN^* \quad u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3} w_n$

تمرين3:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = 1 \\ (\forall n \in IN) \ u_{n+2} = \frac{1}{2}(u_{n+1} + u_n) \end{cases}$

1-لتكن المتتالية (v_n) بحيث: $v_n = u_{n+1} - u_n \quad \forall n \in IN$

أ-بين أن المتتالية (v_n) هندسية ثم احسب v_n بدلالة n.

ب-استنتج u_n بدلالة n

2--أحسب: $S_n = \sum_{i=1}^{n} u_i$ بدلالة n.

إشارات الأجوبة: $v_{n+1} = -\frac{1}{2} v_n$ $v_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ $u_n = 2\left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)$ $\forall n \in IN$; $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3} w_n$

تمرين4:

نعتبر متتاليتين (u_n) و (v_n) بحيث: $\begin{cases} u_0 = \frac{\sqrt[3]{2}}{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{1 - u_n^3}{7}} \end{cases}$ و $v_n = 8u_n^3 - 1 \quad \forall n \in IN$

1-أ-بين أن بالترجع أنه لكل n من IN: $0 \prec u_n \prec 1$

ب-استنتج أنه لكل n من IN: $-1 \prec u_n \prec 7$

2-أ-أحسب v_0.

ب-بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها.

3-أ-أحسب u_n بدلالة n.

إشارات الأجوبة: $v_0 = -\frac{3}{4}$; $v_{n+1} = -\frac{1}{7} v_n \quad ;\forall n \in IN$ $S_n = \frac{1}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$

$u_n = \frac{1}{2}\sqrt[3]{1 - \frac{3}{4}(-\frac{1}{7})^n}$

تمرين5:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 1 \quad u_1 = 3 \\ (\forall n \in IN^*) \ u_{n+1} = \frac{1}{4} a^3 u_n - (a-1) u_{n-1} \quad ; a \in IR \end{cases}$

$(v_n)_{n \in IN^*}$ معرفة ب: $v_n = u_n - u_{n-1} \quad \forall n \in IN^*$

1-**نضع a=2**.أ-بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in IN^*}$ ثابتة.

ب-استنتج أن (u_n) متتالية حسابية و حدد أساسها.

2- **نضع a=-2**

أ- بين أن $(v_n)_{n \in IN^*}$ هندسية محدد أساسها وv_1.

ب-أكتب v_n و $S_n = v_1 + v_2 + v_3 + ... + v_n$

بدلالة n.ثم بين أن $(\forall n \in IN^*) \quad S_n = u_n - 1$